

MATEMÁTICAS III

UC	HT	HP	HL	Semestre	Código	Requisitos	Ult. Actualización
6	4	4		III	8208	Matemáticas II	Julio 2000

Fundamentación:

El cálculo integral y diferencial, así como otros temas complementarios en la cadena de matemáticas, permiten modelar, analizar y describir formalmente fenómenos de naturaleza continua, así como fenómenos que ocurren alrededor del computador. Los licenciados en su trabajo deben estar en condiciones de utilizar estos conocimientos para comprender, describir, analizar y evaluar los fenómenos de los dominios de aplicación en que trabajan. Por esto, esta cadena de asignaturas de matemáticas, proveen herramientas para seguir aprendiendo conocimientos de diversos dominios.

Objetivos:

Al finalizar el curso, el estudiante debe ser capaz de:

- Identificar y resolver ecuaciones diferenciales lineales de primer orden, así como una amplia variedad de ecuaciones diferenciales que se reducen a éstas. Resolver ecuaciones lineales de segundo orden con coeficientes constantes en una variedad amplia de casos. Resolver sistemas de dos ecuaciones diferenciales lineales.
- Aplicar los conocimientos adquiridos sobre ecuaciones diferenciales para modelar situaciones reales.
- Comprender el concepto de serie y los criterios básicos de convergencia para series de términos positivos.
- Adquirir las nociones básicas de geometría plana, del espacio y álgebra lineal, necesarias para comprender el cálculo diferencial e integral en dos y tres variables. Interpretar y utilizar desde el punto de vista físico los conceptos de curva y trayectoria. Parametrizar una amplia variedad de curvas, comprender e interpretar el concepto de integral de línea. Calcular una amplia variedad de integrales de línea.
- Aplicar el concepto de campo escalar y los conceptos de límite y continuidad de campos escalares.
- Aplicar el concepto de diferenciabilidad de un campo escalar, reconocer campos escalares diferenciables, calcular derivadas parciales usando las reglas usuales de derivación de funciones, aplicar la regla de la cadena para la composición de un campo escalar con una curva.
- Interpretar geoméricamente el gradiente, hallar el plano tangente a una superficie, resolver problemas de máximos y mínimos en dos y tres variables sin restricciones y con restricciones.
- Definir, interpretar, utilizar, graficar y resolver integrales dobles y triples de un campo escalar. Definir límites de integración en regiones no triviales. Cambiar de coordenadas cartesianas a polares, cilíndricas y esféricas. Calcular áreas, volúmenes, centros de masa, etc. usando integrales dobles y triples.

Contenidos temáticos:

1. Ecuaciones diferenciales.

Ecuaciones diferenciales de primer orden. Revisión de los métodos ya estudiados en

Matemática II. Ecuaciones con variables separables y reducibles a éstas. Aplicaciones de la ecuación diferencial de primer orden: Crecimiento de poblaciones (exponencial, logístico, limitado). Epidemias. Desintegración radioactiva. Enfriamiento. Ecuaciones diferenciales lineales de orden 2 con coeficientes constantes. Solución general de la ecuación homogénea. Solución general de la ecuación $ay'' + by' + cy = f(x)$ en los casos en que f es un polinomio, $f(x) = a^x$ y $f(x) = k_1 \text{sen } x + k_2 \text{cos } x$. Aplicaciones: Caída libre, equilibrio de poblaciones, caída libre en un medio resistente. Sistemas de dos ecuaciones diferenciales lineales de primer orden.

2. Series Numéricas

Definición y ejemplos. Criterios de convergencia para series de términos positivos: comparación, límites, raíz, razón, integral. Series alternadas: criterio de Leibnitz. Fórmula de Stirling y producto de Wallis.

3. Nociones de geometría plana, del espacio y álgebra lineal.

Subconjuntos de \mathcal{R}^2 y \mathcal{R}^3 . Vectores. Producto escalar y vectorial. Ecuación paramétrica de la recta. Representación de subconjuntos definidos mediante ecuaciones y desigualdades sencillas. Superficies en \mathcal{R}^3 : plano, esfera, elipsoide, cilindro, cono, paraboloides, hiperboloides. Bolas abiertas y bolas cerradas en \mathcal{R}^2 y \mathcal{R}^3 . Idea de abierto, cerrado y frontera. Distintos sistemas de coordenadas en \mathcal{R}^2 y en \mathcal{R}^3 : polares, cilíndricas y esféricas. Transformación de coordenadas. Parametrización de subconjuntos de \mathcal{R}^2 y de \mathcal{R}^3 en estas coordenadas. Concepto de transformación lineal (considerar los casos $T : \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^m$, con $n, m \leq 3$). Concepto de base. Matrices. Matriz asociada a una transformación lineal. Producto de matrices. Inversa de una matriz. Autovectores y autovalores. Determinantes 2×2 y 3×3 . Diagonalización de matrices.

4. Curvas en el plano y en el espacio.

Funciones de \mathcal{R} en \mathcal{R}^2 y de \mathcal{R} en \mathcal{R}^3 . Ejemplos y motivación: movimiento circular uniforme, parabólico, etc. Vector tangente a una curva en términos de las funciones coordenadas. Recta tangente a una curva en términos del vector tangente a dicha curva. Reparametrización y longitud de arco. Trayectoria y forma de la trayectoria de una partícula en movimiento. (Interpretar la reparametrización de una curva como una forma de movimiento a lo largo de esa curva). Integrales de línea. Interpretación como trabajo mecánico.

5. Campos escalares.

Funciones de \mathcal{R}^2 en \mathcal{R} y de \mathcal{R}^3 en \mathcal{R} (tales como $f(x+y)$, $f(xy)$, $f(x^2+y^2)$, $f(x/y)$, donde f es identidad, seno, coseno, ln). Dominio y rango de funciones de \mathcal{R}^2 en \mathcal{R} y de \mathcal{R}^3 en \mathcal{R} . Gráfico y representación gráfica de funciones de \mathcal{R}^2 en \mathcal{R} . Curvas y superficies de nivel. Límite a lo largo de una curva de una función de \mathcal{R}^2 en \mathcal{R} . Introducción al concepto de límite en un punto a través del concepto de límite a lo largo de una curva. Noción de continuidad. Límites iterados. Diferenciabilidad de un campo escalar en un punto. Derivadas parciales y direccionales. Concepto de gradiente. Condición suficiente de diferenciabilidad. Regla de la cadena para la composición de un campo escalar con una aplicación de \mathcal{R} en \mathcal{R}^2 y de \mathcal{R} en \mathcal{R}^3 . Diferenciación de funciones definidas en forma implícita.

6. Gradiente de un campo escalar y aplicaciones, máximos y mínimos.

Interpretación geométrica del gradiente: Dirección de máximo crecimiento para una función de \mathcal{R}^2 en \mathcal{R} . Plano tangente a una superficie dada en la forma: (a) $F(x, y, z) = 0$ y (b) $z = f(x, y)$. Ecuación del plano tangente en cada uno de estos casos en términos de las derivadas

parciales de F y f . Máximos y mínimos. Desarrollo de Taylor y criterio del Hessiano en dos variables. Método de los multiplicadores de Lagrange.

7. Integrales dobles y triples.

Integrales dobles y triples de funciones sencillas, haciendo énfasis en la determinación de los límites de integración en regiones no triviales. Cambio de coordenadas cartesianas a polares, cilíndricas y esféricas. Aplicación a cálculo de áreas, volúmenes, centros de masa, etc.

Estrategias Metodológicas:

Clases teórico prácticas.

- Uso de herramientas computacionales de ayuda para el cálculo (numérico), análisis y/o representación gráfica de conceptos matemáticos.
- Se recomienda la siguiente distribución: Tema 1 cuatro semanas ; Tema 2 dos semanas ; Tema 3 dos semanas ; Tema 4 una semana y media ; Tema 5 dos semanas y media ; Tema 6 dos semanas ; Tema 7 dos semanas

Bibliografía

- Apostol, T. *Calculus Volumen 2*. Editorial Reverté.
- Batschelet, E. *Introduction to Mathematics for Life Scientist*. Springer Verlag.
- Deminovich, B. *Problemas y ejercicios de Análisis Matemático*. Editorial Paraninfo.
- Edwards, C. H. y Penney D. E. *Ecuaciones diferenciales elementales con aplicaciones*. Editorial Prentice Hall.
- Kiseliov, A., Krasnov, M. y Makarenko, G. *Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias*. Editorial MIR.
- Kreider, D., Kuller, R., Ostberg, D. y Perkins, F. *Introducción al análisis lineal*, Parte 1. Editorial Fondo Educativo Interamericano.
- Marsden, J. y Tromba, A. *Cálculo Vectorial*. Editorial Addison-Wesley Iberoamericana
- Miranda, Guillermo *Matemática III - Física* Fac. Ciencias. UCV.
- Swokowsky, E. W. *Cálculo con Geometría Analítica*. Grupo Editorial Iberoamericana.
- Williamson, R., Crowell, R. y Trotter, H. *Cálculo de funciones vectoriales*. Editorial Prentice Hall.